

問題

一列に赤と白の旗を持った何人もの人が番号 $1, 2, 3, \dots$ をつけて並んでいる。

まず番号 1 の人は、赤と白の旗を等しい確率で無作為に上げるものとし、他の番号 i の人は、番号 $i-1$ の人の揚げた旗の色を見て、確率 p で違う色を、確率 q で同じ色の旗を上げるものとする。ただし、 p, q それぞれの確率は 0 と 1 でないものとする。

(1) 番号 1 の人と、番号 n の人が同じ色の旗を上げる確率 P_n を、 p を使って表せ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ を求めよ。